

論文 / 著書情報  
Article / Book Information

|                   |                                                                                                                                                                                       |
|-------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 論題(和文)            | 差分スペクトル則に基づく地震応答スペクトルを用いた床応答スペクトルの直接計算                                                                                                                                                |
| Title(English)    | Direct Evaluation Method of Floor Response Spectra from Specified Ground Response Spectra Based on Spectrum Difference Rule                                                           |
| 著者(和文)            | 金子健作                                                                                                                                                                                  |
| Authors(English)  | Kensaku Kaneko                                                                                                                                                                        |
| 出典(和文)            | 日本建築学会構造系論文集, Vol. 81, No. 729, pp. 1789-1797                                                                                                                                         |
| Citation(English) | Journal of Structural and Construction Engineering (Transactions of AIJ), Vol. 81, No. 729, pp. 1789-1797                                                                             |
| 発行日 / Pub. date   | 2016, 11                                                                                                                                                                              |
| Rights            | 日本建築学会                                                                                                                                                                                |
| Relation          | is version of:<br><a href="https://www.jstage.jst.go.jp/article/aijs/81/729/81_1789/_article/-char/ja">https://www.jstage.jst.go.jp/article/aijs/81/729/81_1789/_article/-char/ja</a> |
| Note              | 本文データは学協会の許諾に基づきJ-STAGEから複製したものである                                                                                                                                                    |

差分スペクトル則に基づく地震応答スペクトルを用いた  
床応答スペクトルの直接計算DIRECT EVALUATION METHOD OF FLOOR RESPONSE SPECTRA  
FROM SPECIFIED GROUND RESPONSE SPECTRA BASED ON SPECTRUM DIFFERENCE RULE

金子 健作\*

Kensaku KANEKO

This paper presents a method to directly evaluate floor response spectra (FRS) from a specified ground response spectrum (GRS) without time history analysis. Seismic response of a secondary structure is decomposed into four parts. These components are combined based on a spectrum difference rule. As a result, the evaluation method is improved in terms of peak response at resonance in low damped buildings and FRS in high frequency range in damped buildings compared to previous studies. A practical evaluation method of the dynamic amplification factor at resonance is also presented. These methods are verified through time history analysis.

**Keywords :** Nonstructural component, Ceiling, Equipment, Aseismic design, Design seismic force, Nuclear facility

非構造部材, 天井, 設備機器, 耐震設計, 設計用地震力, 原子力関連施設

## 1. はじめに

耐震設計法の成熟による建物躯体の地震被害の減少に伴い、天井等の非構造部材や設備機器（以下、2次系と総称す）の損傷制御への関心が以前にも増して高まっている。建物倒壊防止による人命保護だけでなく、財産保護や企業の事業継続性の観点から、2次系の損傷制御を如何に実現するかが社会の重要な課題と認識されている。

2次系の設計用地震力は、それらが設置される状況に応じて、強制変形量や支持部の最大加速度に依存するなど様々である<sup>1)</sup>。例えば、堅固に支持された設備機器では、局部震度法により0.4~2Gの設計用外力が定められている<sup>2)</sup>。一方、2次系が剛と見做せない場合には、床応答スペクトル（以下、FRS）による地震力評価が有用である。FRSに関する研究は、重要機器を内包する原子力関連施設の分野で発展してきた<sup>3)</sup>。これらの設計では、時刻歴解析法により求めたFRSを周期軸方向に拡張して、各種のばらつきを考慮した設計用FRSが用いられる<sup>4), 5)</sup>。この手法は汎用的ではあるが、地震動の時刻歴や時刻歴応答解析を必要とする点で、様々な建物に対して幅広く適用する手法としては、必ずしも適切ではない。

このような必要性に応じて、時刻歴解析を介さないFRSの評価方法が提案されている。その一つは、予め多数の地震動や建物固有周期に対して、時刻歴解析により評価したFRSを包絡する式や図を経験的に規定したものである<sup>6)-10)</sup>。特定天井に対する設計震度（平成25年国交省告示第771号<sup>11)</sup>）もこれに含まれる。しかしながら、いずれも多様な建物や2次系の減衰特性を必ずしも反映したものではない。もう一方は、入力地震動の特性が与えられれば、FRSが理論的に求められるものである。これらは、伝達関数と初通過理論を用いた手法によるもの<sup>例えば12), 13)</sup>、応答スペクトル法によるもの<sup>14)-20)</sup>

に大別できる。前者の手法は、地震動の時刻歴波形が不要であるものの、入力地震動のパワースペクトルを必要とする点で実用上の困難さが伴う。これに対して後者では、地震動の応答スペクトルさえあればよい。これに加え、規格化された応答スペクトルを用いれば、得られるFRSは、複数の地震動条件の結果を包括した像を与えることとなる。応答スペクトル法によるもののうち、安井らの方法<sup>14), 15)</sup>は、2次系の応答の畳み込み積分を理論的に求めることに特徴があるものの、建物と2次系が共振する際の動的応答倍率を過大評価する<sup>14)-16)</sup>。この欠点を修正するために、Vukobratović et al.<sup>16)</sup>は、多数の時刻歴解析から、共振時の動的応答倍率の回帰式を提案しているが、説明変数を2次系の減衰定数のみとしている。Jiang et al.<sup>19)</sup>は、t-Response Spectrum (tRS)と呼ばれる量を別途計算し、この量から減衰定数を修正している。Li et al.<sup>21)</sup>は、さらにこれを展開し、多数の地震動からtRSを統計的に処理した評価式を提案している。しかし、いずれも建物の減衰定数を比較的小さい範囲に限定している。

以上より、本論文では、設計用の地震応答スペクトル（GRS）からFRSを直接計算する従来の手法の利便性に着目し、建物を1質点系とした上で、幅広い減衰定数の建物に対して適用可能なFRSの計算手法の構築を目的とする。はじめに、2次系の応答の畳み込み積分が建物と2次系の相対変位および相対速度の応答群で構成されることを示す。これらから応答スペクトル法に準じて、2次系の最大応答値を求めるために、差分スペクトル則<sup>22)</sup>を援用する。これにより、固有周期と減衰定数の他に特別なパラメータを必要とすることなく、従来の手法に比べて、FRSの精度が改善されることを示す。さらに、建物と2次系のそれぞれの減衰定数の平均値を用いて、共振時の動的応答倍率を簡易に評価する新たな式を提案する。

\* 東京工業大学大学院総合理工学研究科人間環境システム専攻  
助教・博士(工学)

Assist. Prof., Dept. of Built Environment, Interdisciplinary Graduate School of  
Science and Technology, Tokyo Institute of Technology, Dr.Eng.

## 2. 時間領域における2次系の絶対加速度の分析

### 2.1 検討条件

対象建物は、その1次固有周期が0.2～2秒の範囲にある弾性系に限定する。これは、a) 同周期帯では2次系の共振時応答が安定していること<sup>21)</sup>、b) 固有周期が概ね2秒以上となる高さ60m超の建物では、設計時に時刻歴解析をおこなうこと、を踏まえたものである。

建物が1質点系で表されるものとし、刺激関数が1となる床に2次系が設置されている状態を想定する(図1(a))。建物と同様、2次系も1質点系とする。 $h_b, h_a$ をそれぞれ建物および2次系の減衰定数とする。 $\omega_b, \omega_a$ をそれぞれ建物および2次系の固有円振動数とする。以降、添え字の**b, a**は、それぞれ建物および2次系に関する諸量に用いる。2次系の質量 $m_a$ は、建物の総質量 $m_b$ に比べて極めて小さいものとして( $m_a/m_b \ll 1$ )、2次系と建物間の動的相互作用は無視できるものとする。このとき、地動加速度 $\ddot{u}_g$ により生じる時刻 $t$ の建物の絶対加速度 $\ddot{U}_b$ (床応答加速度)は、畳み込み積分により、

$$\ddot{U}_b(t) = \ddot{g}_b(t) * \ddot{u}_g(t) \quad (1)$$

として求められる。ここに、2項演算子(\*)は畳み込み積分を示す。また、(.)は時間微分を示し、点の数は微分の階数を示す。また、 $\ddot{g}_b$ は建物の絶対加速度に関するインパルス応答関数である。同様に、 $\ddot{g}_a$ を2次系のインパルス応答関数として、2次系に式(1)の $\ddot{U}_b$ を入力した際に生じる2次系の絶対加速度 $\ddot{U}_c$ は、次式で求まる。

$$\ddot{U}_c(t) = \ddot{g}_a(t) * \ddot{U}_b(t) \quad (2)$$

$\omega_a$ を変化させて式(2)の最大値を計算すれば、FRSが求められる。本論文では、これを時刻歴解析法(以下、THA法)と称する。

### 2.2 既往の方法

本論文で着目する安井らの方法の骨子は、式(2)の $\ddot{U}_c$ を2つの応答に分離したことである。一つは、建物の絶対加速度 $\ddot{U}_b$ であり、もう一つは、2次系に地震動が直接作用した場合(建物を剛とした場合)に、2次系に生じる絶対加速度 $\ddot{U}_a$ (図1(a)の仮想系の応答)；

$$\ddot{U}_a(t) = \ddot{g}_a(t) * \ddot{u}_g(t) \quad (3)$$

である。非共振時( $\omega_b \neq \omega_a$ )の場合、非減衰系( $h_b = h_a = 0$ )を仮定し、式(2)に式(1)を代入して部分積分を繰り返し施した後、式(3)の関係を利用すると、式(2)は以下になる<sup>14)</sup>。

$$(\text{非共振時}) \quad \ddot{U}_c(t) = \frac{1}{\gamma^2 - 1} \{ \gamma^2 \ddot{U}_b(t) - \ddot{U}_a(t) \} \quad \text{for } \gamma \neq 1 \quad (4)$$

ここに、 $\gamma$ は建物に対する2次系の固有振動数の比 $\omega_a/\omega_b$ である。減衰系( $h_b \neq 0, h_a \neq 0$ )のとき、式(4)は式(2)の近似解となる。

一方、共振時( $\omega_b = \omega_a$ )には、 $\ddot{U}_b(t)$ と $\ddot{U}_a(t)$ の微小な位相ずれを無視すれば、式(2)は近似的に以下になる<sup>14)</sup>。

$$(\text{共振時}) \quad 2(h_a - h_b)\omega_a \dot{u}_c(t) = \ddot{U}_b(t) - \ddot{U}_a(t) \quad \text{for } \gamma = 1 \quad (5)$$

ここに、 $\dot{u}_c$ は建物に対する2次系の相対速度である(図1(b))。

高い減衰定数を有する建物や2次系に対しても、このように $\ddot{U}_c$ を幾つかの応答成分に分離する手法を次節で示す。

### 2.3 減衰を考慮した畳み込み積分の理論解

大規模自由度を有する建物において、Atalik<sup>23)</sup>はTHA法でのFRS算定に必要な演算回数の削減可能性を論じている。これは、演算子(\*)の交換則を利用して、式(2)に式(1)を代入した2次系の絶対加速度 $\ddot{U}_c(t) = \ddot{g}_a(t) * \{ \ddot{g}_b(t) * \ddot{u}_g(t) \}$ の代わりに、

$$\ddot{U}_c(t) = \ddot{g}_b(t) * \{ \ddot{g}_a(t) * \ddot{u}_g(t) \} \quad (6)$$

が成立することを踏まえている。物理的には、式(6)は $\ddot{U}_c$ を建物に代入して得られる絶対加速度 $\ddot{U}_c$ が本来の絶対加速度 $\ddot{U}_c$ と一致することを意味する(図2)。式(4)や式(5)もこの性質を保存している。また、演算子(\*)には、分配則や結合則も成立する。これらを利用すれば、演算子(\*)を乗算(x)と見做して代数演算をすることにより、煩雑な部分積分に依らずに式(2)の積分分解を得る助けになる。

積分分解を得るために、まず、状態空間を想定して2次系の運動が

$$\ddot{U}_c = \ddot{U}_c(u_b, u_a, \dot{u}_b, \dot{u}_a) \quad (7)$$

で表されると考える。ここで、 $u_b, \dot{u}_b$ は、それぞれ、図1(b)に示すような状態での2次系の相対変位および相対速度である。また、 $u_b, \dot{u}_b$ はそれぞれ建物の相対変位および相対速度である。式(7)を体现するために、Jiang et al.<sup>19)</sup>の方法を踏襲して定式化をおこなう。

はじめに、建物と2次系の減衰固有振動数をそれぞれ $\omega_b, \omega_a$ で近似し、2次系と建物の変位応答に関するインパルス応答関数 $g_b, g_a$

$$g_b(t) = -\frac{\exp(-h_b \omega_b t) \sin \omega_b t}{\omega_b}, \quad g_a(t) = -\frac{\exp(-h_a \omega_a t) \sin \omega_a t}{\omega_a} \quad (8a, b)$$

を導入する。これらとその速度表現である $g_b, g_a, \dot{g}_b$ および $\dot{g}_a$ を用いて、式(2)を表せばよい。この目的のために、定式化の便宜上、式(8)の正弦関数を余弦関数で置換した、以下の式を導入しておく。

$$g^b(t) = -\frac{\exp(-h_b \omega_b t) \cos \omega_b t}{\omega_b}, \quad g^a(t) = -\frac{\exp(-h_a \omega_a t) \cos \omega_a t}{\omega_a} \quad (9a, b)$$

このとき、建物と仮想系の運動は、以下のように表される。

$$u_b(t) = g_b(t) * \ddot{u}_g(t), \quad \dot{u}_b(t) = \dot{g}_b(t) * \ddot{u}_g(t) \quad (10a, b)$$

$$u_a(t) = g_a(t) * \ddot{u}_g(t), \quad \dot{u}_a(t) = \dot{g}_a(t) * \ddot{u}_g(t) \quad (10c, d)$$

式(1)の代わりに、建物の絶対加速度 $\ddot{U}_b(t)$ は、建物に対する運動方程式から、以下のように表される。

$$\ddot{U}_b(t) = -2h_b \omega_b \dot{u}_b(t) * \ddot{u}_g(t) - \omega_b^2 g_b(t) * \ddot{u}_g(t) \quad (11)$$

一方、建物からの2次系の相対変位 $u_c$ および相対速度 $\dot{u}_c$ は、それらの定義により、それぞれ $u_c(t) = g_a(t) * \ddot{U}_b(t)$ ,  $\dot{u}_c(t) = \dot{g}_a(t) * \ddot{U}_b(t)$ で表されるから、これらに式(11)を代入すると、次式を得る。

$$u_c(t) = -2h_b \omega_b \{ g_a(t) * \dot{g}_b(t) \} * \ddot{u}_g(t) - \omega_b^2 \{ g_a(t) * g_b(t) \} * \ddot{u}_g(t) \quad (12a)$$

$$\dot{u}_c(t) = -2h_b \omega_b \{ \dot{g}_a(t) * \dot{g}_b(t) \} * \ddot{u}_g(t) - \omega_b^2 \{ \dot{g}_a(t) * g_b(t) \} * \ddot{u}_g(t) \quad (12b)$$

さらに、式(12)を

$$\ddot{U}_c(t) = -2h_a \omega_a \dot{u}_c(t) - \omega_a^2 u_c(t) \quad (13)$$

に代入して整理すると、最終的に次式の関係を得る。

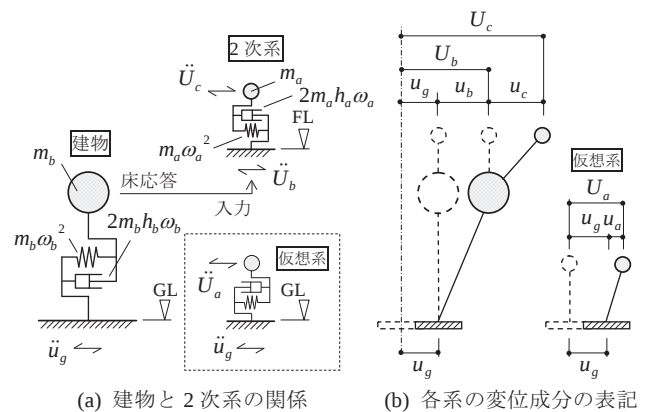


図1 床応答スペクトル評価の基本となる検討対象

$$\ddot{U}_c(t) = (\omega_a \omega_b)^2 \times \left\{ (1 - 2h_a^2 - 2h_b^2 + 4h_a^2 h_b^2) G_{ab}(t) + 2h_b(1 - 2h_a^2) G_a^b(t) + 2h_a(1 - 2h_b^2) G_b^a(t) + 4h_a h_b G^{ab}(t) \right\} * \ddot{u}_g(t) \quad (14)$$

ここに、

$$G_{ab}(t) = g_a(t) * g_b(t), \quad G_a^b(t) = g^b(t) * g_a(t) \quad (15a, b)$$

$$G_b^a(t) = g^a(t) * g_b(t), \quad G^{ab}(t) = g^a(t) * g^b(t) \quad (15c, d)$$

である。式(14)は、非共振時 ( $\omega_b \neq \omega_a$ ) あるいは共振時 ( $\omega_b = \omega_a$ ) の条件に関わらずに成立する。

Jiang et al.は、 $h_b, h_a < 0.1$  の系に限定した上で、式(14)の中括弧内の第1項のみを考慮し、最終的に  $\ddot{U}_c(t) = (\omega_a \omega_b)^2 \{g_a(t) * g_b(t)\} * \ddot{u}_g(t)$  の関係を用いている。これとは対照的に、本論文では、式(15)の全ての項を考慮して積分する。ただし、式(15)を直接に積分した解は、その形があまりに煩雑となり実用に即さない。そこで、非共振と共振の状態を区分して定式化し、その後で、これら2つの解を安井らの方法<sup>14)</sup>のように便宜的に結合する方針とする(図3)。

非共振の場合には、式(15)の積分計算中に生じる減衰定数  $h_b, h_a$  の2次以上の高次項を無視して定式化する。積分結果に式(10)の関係を考慮すれば、最終的に次の関係式が誘導される。

$$\ddot{U}_c(t) \approx \frac{\omega_a^2 \omega_b^2}{\omega_a^2 - \omega_b^2} [-\{u_b(t) - u_a(t)\} + 2A\{\dot{u}_b(t) - \dot{u}_a(t)\}] \quad \text{for } \gamma \neq 1 \quad (16a)$$

$$A = \frac{h_a \omega_a - h_b \omega_b}{\omega_a^2 - \omega_b^2} - \left( \frac{h_a}{\omega_a} + \frac{h_b}{\omega_b} \right), \quad \frac{\omega_a^2 \omega_b^2}{\omega_a^2 - \omega_b^2} A = \frac{(h_a - \gamma^3 h_b) \gamma \omega_b}{(\gamma^2 - 1)^2} \quad (16b, c)$$

式(16)が  $\omega_b = \omega_a$  で発散する理由は、式(15)の積分計算で減衰の高次項を無視したためである。式(16)で速度応答に関する項を無視し、 $\ddot{U}_{b,a} \approx -\omega_{b,a}^2 u_{b,a}$ ,  $\omega_a = \gamma \omega_b$  を代入すれば、式(16)は式(4)に一致する。

共振時には、 $h_b, h_a$  の高次項を残し、 $\omega_b = \omega_a = \omega$  として式(15)を計算する。この後、高次項を無視すれば、式(14)は次式となる。

$$\ddot{U}_c(t) \approx \omega \frac{\dot{u}_b(t) - \dot{u}_a(t)}{2(h_a - h_b)} - \omega^2 \frac{h_a u_b(t) - h_b u_a(t)}{h_a - h_b} - \omega^2 \frac{(h_a + h_b)}{4(h_a - h_b)} \{u_b(t) - u_a(t)\} \quad \text{for } \gamma = 1 \quad (17)$$

ただし、別途おこなった数値解析的検討によると、式(17)の第3項を無視した方が結果的により良い精度が得られたため、やや恣意的ではあるが、式(17)の代わりに次式を提案する。

$$\ddot{U}_c(t) \approx \frac{\omega}{2} \frac{\dot{u}_b(t) - \dot{u}_a(t)}{h_a - h_b} - \omega^2 \frac{h_a u_b(t) - h_b u_a(t)}{h_a - h_b} \quad \text{for } \gamma = 1 \quad (18)$$

式(18)は、諸量  $b, a$  に関する対称性を保存している。ところで、建物と2次系の減衰定数が一致する場合 ( $h_a \rightarrow h_b$ )、式(18)の第1項の差分は、微分  $\partial \dot{u}_b / \partial h_b$  に置き換えられる。さらに、建物の固有振動数が剛体振動数領域に入ると、 $\partial \dot{u}_b / \partial h_b \rightarrow 0$  となる。加えて、Guptaが構築した応答の減衰振動成分と剛体振動成分の分離の概念<sup>24)</sup>によれば、 $u_a \rightarrow u_b$  が言える。ゆえに、式(18)は、次式に帰着される。

$$\ddot{U}_c(t) \approx -\omega_b^2 u_b(t) \approx \ddot{U}_b(t) \quad \text{for } \gamma = 1, \quad h_a \rightarrow h_b, \quad \omega_b \rightarrow \infty \quad (19)$$

この結果は、Li et al.<sup>21)</sup>の多数の数値解析的検討により定性的に得られた知見に整合する。

理論解(式(16), 式(18))の妥当性を検証するために、建物の固有周期  $T_b$  を1秒かつ  $h_b = 0.3, h_a = 0.01$  とし広範囲の振動数比  $\gamma$  に対して、THA法(式(2))と比較した結果を図4に示す。制振構造など高い付加減衰を有する建物に対しての本理論の適用性を把握するために、ここでは  $h_b$  に大きな値を採用した。入力地震動は、日本建築セ

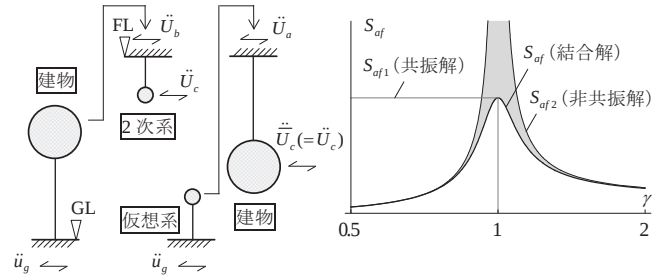


図2 交換則の物理的解釈

図3 応答スペクトルの結合の概念

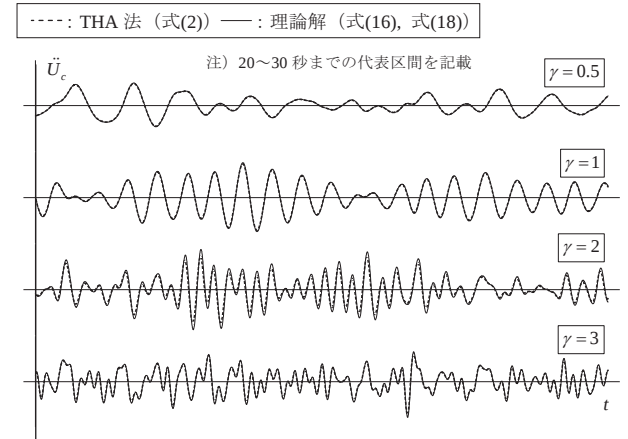


図4 高減衰系建物における2次系の絶対加速度の時刻歴

ンターが提供しているBCJ-L1模擬地震動とする。図4の縦軸は、2次系の絶対加速度応答をそれぞれの最大値で基準化したものである。いずれの固有振動比  $\gamma = (\omega_a / \omega_b)$  の場合においても、2つ方法による時刻歴波形は、振幅や位相を含めてお互いに良く対応している。

### 3. 1 質点系建物における床応答スペクトルの直接計算

#### 3.1 既往の方法

安井らは、式(5)において、左辺の速度応答を擬似加速度応答で代用した上で2乗和平方根(SRSS)則を準用して、 $\ddot{U}_c$ の時刻歴最大値(すなわち、FRS);  $S_{af}$ を次式で評価する方法を提案している<sup>14)</sup>。

$$(\text{共振時}) \quad S_{af1} = \frac{1}{2(h_a + h_b)} \sqrt{R_b^2 + R_a^2} \quad \text{for } \gamma = 1 \quad (20a)$$

$$(\text{非共振時}) \quad S_{af2} = \frac{1}{|\gamma^2 - 1|} \sqrt{(\gamma^2 R_b)^2 + R_a^2} \quad \text{for } \gamma \neq 1 \quad (20b)$$

ここに、 $R_b, R_a$  はそれぞれ  $|\ddot{U}_b(t)|, |\ddot{U}_a(t)|$  の時刻歴最大値であり、地震動の加速度応答スペクトル  $S_a$  を用いて、以下で求められる。

$$R_b = S_a(\omega_b, h_b), \quad R_a = S_a(\omega_a, h_a) \quad (21a, b)$$

さらに、安井らは、 $\gamma = 1$  の近傍で式(20)の2式が滑らかに連続するように、以下のFRSの評価式を経験的に得ている<sup>15)</sup>。

$$S_{af} = \frac{\sqrt{(\gamma^2 R_b)^2 + R_a^2}}{\sqrt{(\gamma^2 - 1)^2 + \{2\gamma(h_b + h_a)\}^2}} \quad (22)$$

式(22)は、共振域近傍では減衰定数の高次項の影響が無視できないことから生ずる式(20b)の精度損失を便宜的に解決している。本研究でもこの考え方を踏襲する。

#### 3.2 時間領域における2次系の絶対加速度の近似

式(16c)は、 $\gamma > 1$  のときに  $h_b$  の影響が支配的となり、 $\gamma < 1$  のとき

$h_a$  が支配的となる。これを踏まえて、 $\gamma \rightarrow 0$  と  $\gamma \rightarrow \infty$  の極限值が元のそれと変わらず、かつ  $\gamma$  の次数が元の関数と同じになるように、式(16c)の右边を  $(h_a - \gamma h_b) \gamma \omega_b / |\gamma^2 - 1|$  で近似する。この近似式を式(16a)に代入した非共振解と式(18)の共振解の右边分母の  $2(h_a - h_b)$  を安井らの経験的な合成式(22)に対応させることにより、2次系の最大絶対加速度が次式で求められるものとする。

$$\max_t |\ddot{U}_c(t)| \approx \max_t \frac{\left| \gamma^2 \omega_b^2 u_b(t) - \omega_a^2 u_a(t) \right| + 2 \left| \gamma^2 (h_b - h_a / \gamma) \omega_b \dot{u}_b(t) - (\gamma h_b - h_a) \omega_a \dot{u}_a(t) \right|}{\sqrt{(\gamma^2 - 1)^2 + \{2\gamma(h_b - h_a)\}^2}} \quad (23)$$

式(23)は、 $\gamma = 1$  かつ  $h_a = h_b$  のとき、式(18)に帰着される。また、式(23)は、 $\gamma \rightarrow \infty$  のとき  $\max |2h_b \omega_b \dot{u}_b + \omega_b^2 u_b|$  になり、最大床応答加速度に一致する。さらに、式(23)で符号  $b, a$  を入れ替えたうえで、 $\gamma \rightarrow 1/\gamma$  ( $\because \omega_a = \gamma \omega_b$ ) に置換した式は、元の式と一致することから、式(23)は 2.3 節で触れた交換則を保存している。

半経験的に求めた式(23)の妥当性を検証するため、表 1 のケースについて、式(23)と式(2) (THA 法) の 2 つの手法により、2.3 節で用いた BCJ-L1 模擬地震動を入力として、2 次系の絶対加速度  $\ddot{U}_c$  の最大値を比較する。その結果を図 5 に示す。式(23)は、最大値の評価に使用する限り、十分な精度を有している。以上より、FRS の評価式を定式化するには、式(23)を基本とする。

### 3.3 差分スペクトル則による共振時の最大応答の評価

FRS の一般化に先立ち、共振時 ( $\gamma = 1$ ) をまず考える。式(18)で 2 つの応答  $u_b(t)$  と  $u_a(t)$  の位相が近接することに着目し、式(20)の SRSS 則とは異なる 2 つの応答成分の重畳法を新たに提案する。

減衰定数が小さい場合、 $u_b(t)$  や  $u_a(t)$  が最大値を生じる時刻では、 $\dot{u}_b(t)$  や  $\dot{u}_a(t)$  が零と見做せる。そこで、式(23)では、まず  $u_b(t), u_a(t)$  に関する項のみを考える。 $h_b \neq h_a$  であれば、 $\ddot{U}_b(t)$  と  $\ddot{U}_a(t)$  のそれぞれの最大値の発生時刻も異なる。ゆえに、単純な最大値の差分では、2 次系の最大応答  $\max |\ddot{U}_c(t)|$  を明らかに過小評価する。そのため、本論文では、応答の正負の符号を考慮した CQC 法である、差分スペクトル則<sup>22)</sup> (SPD 則) を援用し、FRS を次のように表す。

$$S_{af1} = \frac{1}{2|h_b - h_a|} \sqrt{R_b^2 + R_a^2 - 2\rho R_a R_b} \quad \text{for } \gamma = 1 \quad (24)$$

ここに、 $\rho$  は相関係数であり、Der Kiureghian<sup>25)</sup>による次式を用いる。

$$\rho = \frac{8\sqrt{h_b h_a} (h_b + h_a) \gamma^{3/2}}{(\gamma^2 - 1)^2 + 4h_b h_a \gamma (\gamma^2 + 1) + 4(h_b^2 + h_a^2) \gamma^2} \quad (25)$$

ただし、共振時には、式(25)は次式に退化する。

$$\rho = \frac{\sqrt{h_b h_a}}{\frac{1}{2}(h_b + h_a)} \quad \text{for } \gamma = 1 \quad (26)$$

以上とは対照的に、減衰定数が大きいほど、 $u_b(t)$  や  $u_a(t)$  が最大値を生じる瞬間に  $\dot{u}_b(t)$  や  $\dot{u}_a(t)$  が零であると見做すことはできなくなる。そこで、式(23)の変位項  $u_{b,a}$  と速度項  $\dot{u}_{b,a}$  ともに SRSS 則を用いて、式(24)を以下のように修正した式を提案する。

$$S_{af1} = \frac{1}{2|h_b - h_a|} \sqrt{R_b'^2 + R_a'^2 - 2\rho R_a R_b} \quad \text{for } \gamma = 1 \quad (27a)$$

$$R_b' = \sqrt{1 + \{2(h_b - h_a)\}^2} R_b, \quad R_a' = \sqrt{1 + \{2(h_b - h_a)\}^2} R_a \quad (27b, c)$$

式(24)から式(27)への修正は、厳密な定式化に依拠している訳ではない。そのため、以降では、式(27)の FRS の算定法と THA 法との結果を様々な観点から比較し、その両者が対応することをもって、式

(27)の修正方法が妥当であると見做す。なお、 $h_b = h_a$  のとき、式(27a)の分子と分母が共に零になり不定形になる。この場合には、 $h_b$  か  $h_a$  のどちらか一方の値に微小値を加えて、 $h_b$  と  $h_a$  の値を僅かにずらせば、不定形となることを回避でき、ひいては式(27a)の極限値の近似値を便宜的に得ることができる。

以上のように、GRS から FRS を直接計算する方法を総括して、文献 19)に倣い、本論文では Spectra to Spectra 法 (以下、StS 法) と称す。StS 法に分類される安井らの方法を指すときには、StS 法 (既往) と明記し、本論文の方法には、混乱のない限り StS 法と略記する。

2 次系の絶対加速度の動的応答倍率  $A (= S_{af1} / R_b)$  と減衰による応答低減効果係数  $D_h$  を導入したうえで、建物と 2 次系が共振する際のこの値  $A_{\max}$  (共振応答倍率) ( $= S_{af1} / R_b$ ) を考察する。式(26)および式(27a)から、 $h_b, h_a$  を用いて、共振応答倍率  $A_{\max}$  が次式で表される。

$$A_{\max} = \frac{\sqrt{\{1 + 4(h_b - h_a)^2\} (1 + \bar{D}_h^2) - 4 \frac{\sqrt{h_a h_b}}{h_a + h_b} \bar{D}_h}}{2|h_b - h_a|}, \quad \bar{D}_h = \frac{D_h(h_a)}{D_h(h_b)} \quad (28a, b)$$

ここでは、笠井ら<sup>26)</sup>が提案した  $D_h$  を用いた場合の  $A_{\max}$  を考える。

$$D_h(h) = \sqrt{(1 + \alpha h) / (1 + \alpha h_0)}, \quad h_0 = 0.05 \quad (\alpha = 25, 75) \quad (29)$$

次に、式(28a)を時刻歴応答解析により考察する。検討用の地震動は、次のとおりとする。まず、平成 12 年建設省告示第 1461 号で定義される解放工学的基盤面のスペクトルに告示の簡略法により評価した地盤増幅率  $G_s$  (第二種地盤) を乗じて地表面の目標スペクトルを得る。地震動の継続時間を 120 秒、位相角を一様乱数とし、Jennings 型の振幅包絡関数で経時特性を定める。これらの条件で、多価の減衰定数  $h = \{0.02, 0.05, 0.1, 0.2\}$  から、 $S_a(\omega, h) = D_h(h) S_a(\omega, h_0)$  ( $\alpha = 75$ ) で規定される複数の目標スペクトルに適合するように模擬地震動 (以降、告示波と称す) を生成する<sup>27)</sup> (図 6)。

図 7(a)は、式(28)により求めた  $A_{\max}$  と減衰定数  $h_b, h_a$  の関係を示したものであり、THA 法による  $A_{\max}$  を併記している。両者の  $A_{\max}$  は良く対応していることが解る。このことから、建物の減衰定数の増大は、床応答加速度を低減するのみならず、2 次系の共振応答を低減する効果にも寄与する。また、式(24)は、速度項を考慮した式(27)に比べて、減衰定数が大きくなるほど小さめの値を与える (図 7(b))。

表 1 に示すパラメータに対して、式(27)から  $A_{\max} = S_{af1} / R_b$  として共振応答倍率を評価した結果を図 8(a)に示す。式(27)の  $A_{\max}$  は THA 法の  $A_{\max}$  と概ね 20% 以内の誤差で対応していることが解る。ただし、

表 1 検討範囲

| 建物の固有周期 $T_b$ (s)         | 建物の減衰定数 $h_b$                     | 2 次系の減衰定数 $h_a$                     | 振動数比 $\gamma^*$ |
|---------------------------|-----------------------------------|-------------------------------------|-----------------|
| 0.2~2<br>(0.2, 0.5, 1, 2) | 0.02, 0.03, 0.05<br>0.1, 0.2, 0.3 | 0.01~0.1<br>(0.01, 0.02, 0.05, 0.1) | 0.1~10          |

\*表中の条件に加えて、 $0.1s \leq T_a \leq 10s$  を満足する  $\gamma$  の範囲を採用する。

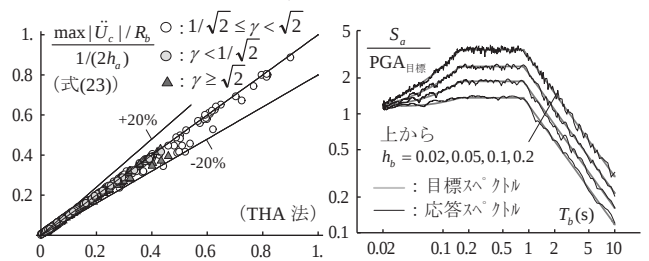


図 5 最大応答の予測精度

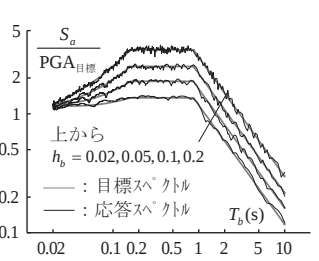


図 6 応答スペクトル (告示波)

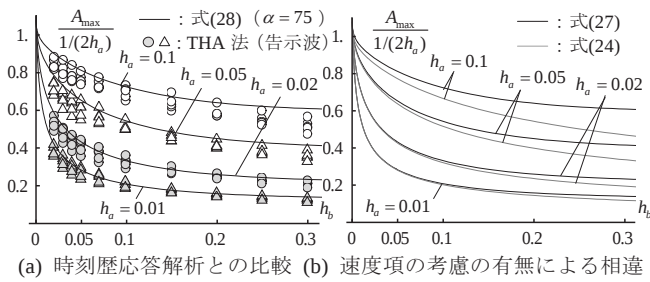


図 7 応答低減効果係数を使用した場合の共振応答倍率

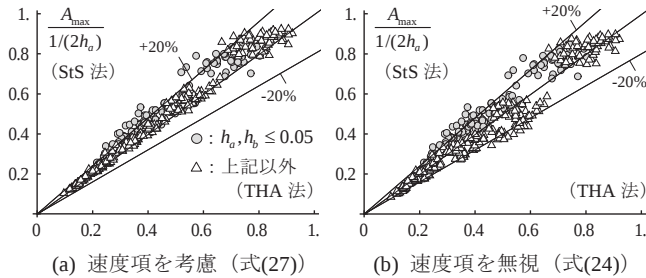


図 8 共振応答倍率の予測精度（告示波乱数位相）

減衰定数が 0.05 以下の結果に限定すれば、式(24)で速度項を無視した図 8(b)の結果は、図 8(a)とほとんど差異がない。しかし、それ以上の減衰であれば、速度項を考慮する必要があると言える。以上のことから、一様乱数位相の告示波のようなランダム性が強い地震動に対しては、式(27)の有効性と妥当性が確認された。

### 3.4 床応答スペクトルの一般的表現

共振時と同様にして非共振時も、式(23)の最大値を SPD 則で評価すれば、FRS の一般解は、以下のように表される。

$$S_{af} = \min(S_{af1}, S_{af2}), \quad S_{af2} = \frac{\sqrt{(\gamma^2 R'_b)^2 + R'_a{}^2 - 2\gamma\gamma^2 R'_b R'_a}}{\sqrt{(\gamma^2 - 1)^2 + \{2\gamma(h_b - h_a)\}^2}} \quad (30a, b)$$

ここに、

$$R'_b = \sqrt{1 + \{2(h_b - h_a/\gamma)\}^2} R_b, \quad R'_a = \sqrt{1 + \{2\gamma(h_b - h_a)\}^2} R_a \quad (31a, b)$$

である。ただし、式(31a)において、 $\gamma \rightarrow 0$  で建物が剛体となることを考慮して、式(23)の  $\dot{u}_b$  の係数に  $1/\gamma^2$  を乗じて、SRSS 則を用いた。ところで、2つの減衰定数  $h_b, h_a$  の値が互いに近接する場合、式(30b)の  $S_{af2}$  が  $\gamma=1$  で極大とならないことがある。そのため、 $S_{af2}$  が共振時の  $S_{af1}$  (式(27a)) の値を上回ることがある。これを避けるために、便宜的に式(30a)の制限を設けることとしたが、これには議論の余地がある。根本的な解決は、今後の課題としたい。

StS 法 (式(27a)、式(30a, b)) と THA 法による結果の比較を図 9(a) に示す。図 9(b) の StS 法 (既往) の結果と比べると、精度が改善されていることが解る。図 10 は、図 6 の目標スペクトルから評価した StS 法と THA 法による FRS の結果を比較したものである。THA 法では、異なる乱数位相の 5 波の告示波の入力に対して計算した FRS の標本平均を記載した。そのため、1 波入力の FRS に比べて平滑化されている。StS 法では、目標スペクトルが凹凸の無い滑らかな形状であるため、FRS も滑らかなものとなっている。また、建物の減衰が増大するにつれ、FRS の裾野が広がる様子が解る。これは、 $u_b, u_a$  ひいては  $\ddot{u}_b, \ddot{u}_a$  同士の相関項を考慮した結果、はじめて実現されるものである。減衰定数の増加に伴う FRS の低減度合は、 $\gamma$  の値により大きく異なることが見て取れる。このようなことに着目しても、広範囲の  $\gamma$  において、StS 法と THA 法の結果は酷似している。

以上から、式(23)の導入に用いた共振時と非共振時の解の結合や減衰項の単純化、ならびに SPD 則を用いた FRS 評価の基本的な考え方が妥当であることが確認された。

### 4. 観測波を用いた床応答スペクトルの直接計算

本章では、表 2 に示す国内の設計や研究で用いられる代表的な観測波について、既往の方法と本提案法の FRS の精度を整理する。はじめに、地震動の位相特性に影響を受けやすい共振時を議論する。

#### 4.1 精度の検証

安井らの方法は、自身も言及しているように、共振時の FRS を過大に評価する傾向にある<sup>14)~16)</sup>。図 11(a)に示すように、建物と 2 次系の減衰定数がともに小さい場合には、この認識と合致した結果となる。同図から言える別の点は、減衰定数が大きい場合には、逆に過小評価となる場合もあることである。一方、図 11(b) の StS 法では、精度が全体的に改善されていることが解る。これを詳しく分析すると、予測誤差は、平均減衰定数  $(h_b + h_a)/2$  が大きいほど小さくなる傾向がある (図 12)。この原因は、式(18)の第 1 項が減衰の小さい範囲で安定的な値でないことに起因すると考えられる。

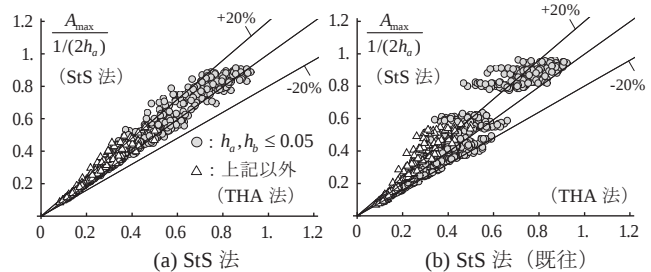
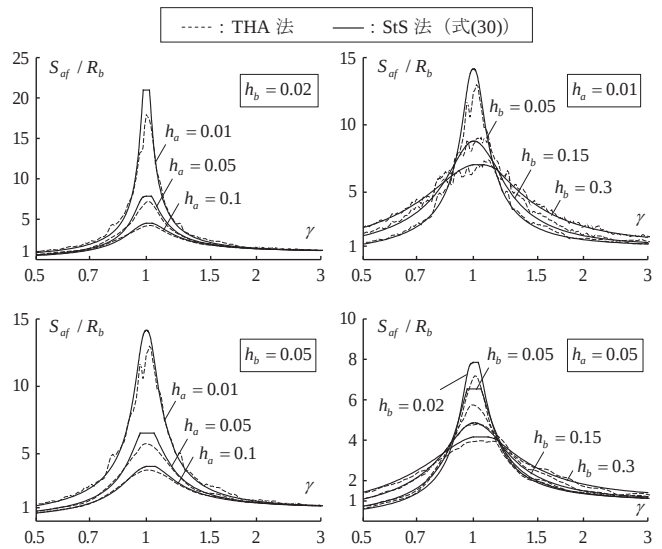


図 9 2 次系の絶対加速度の予測精度（告示波乱数位相）



(a) 2 次系の減衰定数を変化 (b) 建物の減衰定数を変化  
図 10 目標スペクトルを用いた床応答スペクトルの直接計算

表 2 検討用地震動（観測波）

| No. | 地震名                  | 観測点       | PGA (cm/s <sup>2</sup> ) |                     | 備考                                       |
|-----|----------------------|-----------|--------------------------|---------------------|------------------------------------------|
|     |                      |           | NS                       | EW                  |                                          |
| 1   | Imperial Valley 1940 | El Centro | 341.7                    | 210.1               | —                                        |
| 2   | Kern Country 1952    | Taft      | 152.7 <sup>1)</sup>      | 175.9 <sup>2)</sup> | <sup>1)</sup> N021E, <sup>2)</sup> N111E |
| 3   | 十勝沖 1968             | 八戸        | 272.1                    | 199.9               | —                                        |
| 4   | 宮城県沖 1978            | 東北大学      | 258.0                    | 203.1               | —                                        |
| 5   | 釧路沖 1993             | JMA 釧路    | 692.8 <sup>1)</sup>      | 576.0 <sup>2)</sup> | <sup>1)</sup> N063E, <sup>2)</sup> N153E |
| 6   | 兵庫県南部 1995           | JMA 神戸    | 820.6                    | 619.2               | —                                        |
| 7   |                      | JR 鷹取駅    | 605.5                    | 657.0               | —                                        |

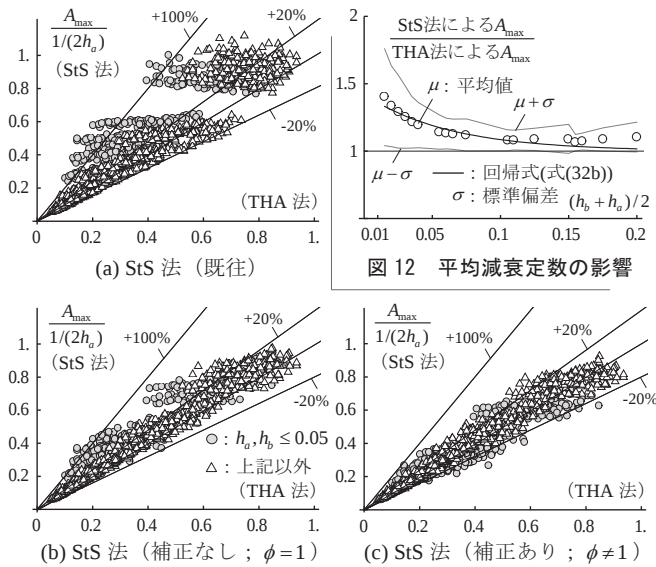


図 11 共振応答倍率の予測精度（観測波）

#### 4.2 共振応答倍率のばらつき

観測波に対する共振応答倍率  $A_{\max}$  の予測精度を改善するため、 $A_{\max}$  に除する補正係数  $\phi$  を導入する。図 12 から  $\phi$  の回帰式として、

$$A_{\max \text{ 補正後}} = A_{\max} / \phi, \quad \phi = 1 + a_1 \exp\left(-a_2 \frac{h_b + h_a}{2}\right) \quad (32a, b)$$

を採用し、最小二乗法を用いて、回帰係数  $a_1 = 0.5$  と  $a_2 = 20$  を得た。本来は、地盤種別や地震動特性に応じて分類すべきと思われるが、ここでは、表 2 の限られた地震動を用いて回帰を試みた。図 11(b) の StS 法の結果に  $1/\phi$  を乗じた結果が図 11(c) である。この修正により、THA 法の平均的な値を与えるようになることが確認できる。

さらに、減衰が小さいときの予測誤差の要因を分析するために、次式で定義される共振応答スペクトル  $S_a^*$  (tRS) <sup>19), 21)</sup> を導入する。

$$S_a^*(\omega, h) = \max_t |\ddot{g}_a(\omega, h; t) * \ddot{g}_b(\omega, h; t) * \ddot{u}_g(t)| \quad (33)$$

tRS は、建物と 2 次系の固有周期と減衰定数を同一として、共振時の 2 次系の最大絶対加速度をスペクトル表示したものである。

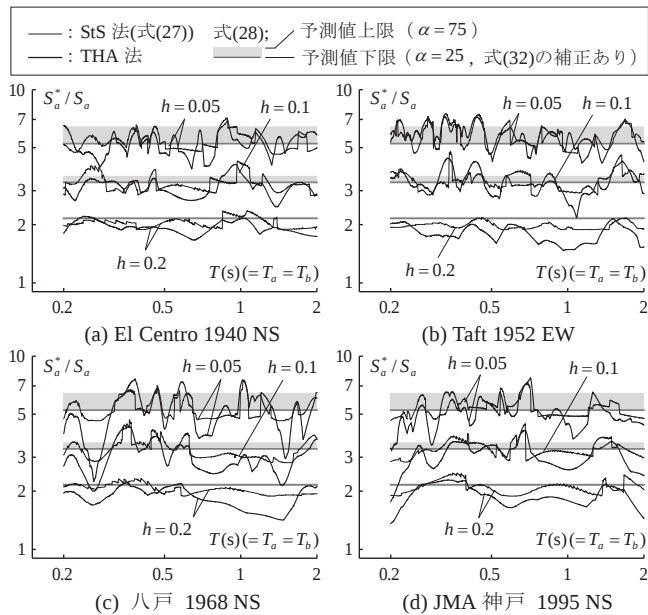


図 13 共振応答倍率の固有周期による変動

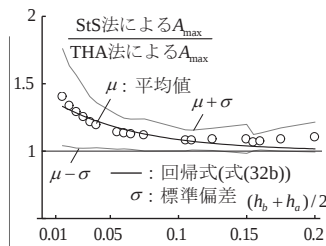


図 12 平均減衰定数の影響

tRS を GRS で除して求めた共振応答倍率をスペクトル表示したものを図 13 に示す。建物固有周期  $T_b$  ごとの共振応答倍率は、その予測値周辺で大きく変動することが解る。また、少なくとも建物の固有周期が 0.2~2 秒の間では、地震動の継続時間による共振応答倍率の変動の規則性は認められない。したがって、tRS の情報なしに共振応答倍率の精度をさらに改善することは、困難である。

以上の議論により、共振時における StS 法の平均的な予測精度を改善するために、式(32)の補正係数で対処する。2 次系の平均的な応答が必要であれば、式(30b)の代わりに次式を用いればよい。

$$S_{af2} = \frac{\sqrt{(\gamma^2 R_b')^2 + R_b'^2 - 2\rho\gamma^2 R_b R_a}}{\sqrt{(\gamma^2 - 1)^2 + \{2\phi\gamma(h_b - h_a)\}^2}} \quad (34)$$

式(27a)の  $S_{af1}$  も、その分母の  $|h_b - h_a|$  に  $\phi$  を乗じて修正すればよい。

#### 4.3 代表的な観測波に対する床応答スペクトルの直接計算の一例

本提案の StS 法（式(27a)、式(30a)および式(34)）を用いて FRS を直接計算した例を図 14 と図 15 に示す。各図では、横軸には 2 次系の固有周期  $T_a$  を使い、縦軸は  $S_{af}$  を床応答加速度  $R_b$  で基準化している。StS 方法（既往）に比べて、本提案の StS 法は次の 2 つの点を改善していることが確認できる。一つは、建物の減衰定数が大きい場合での共振時のピーク値である（図 14）。もう一つは、建物の減衰定数が大きい場合、建物固有周期よりも短周期側での FRS である（図 15）。建物の固有周期が長い場合 ( $T_b = 2s$ ) には、2 次系の固有周期が建物のそれよりも 1/3 程度小さくても応答増幅が見られるものの、本提案手法ではこれを十分に再現できている。

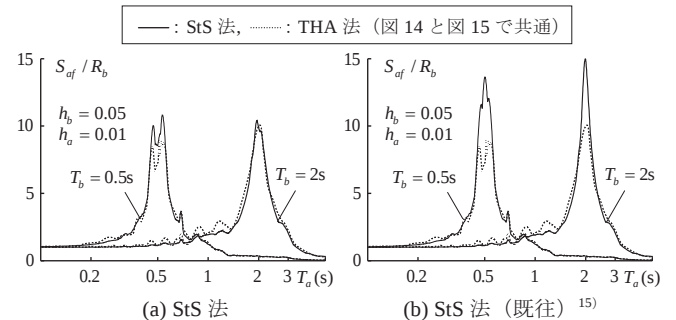


図 14 低減衰系の床応答スペクトルの直接計算(El Centro 1940 NS)

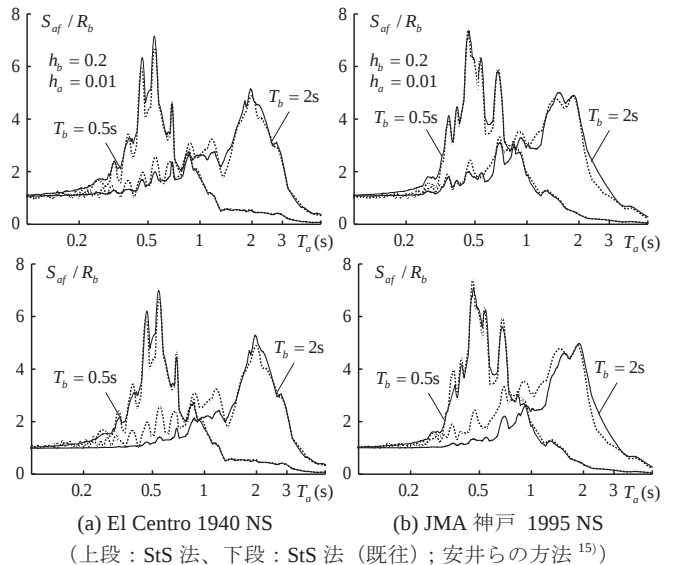


図 15 高減衰系建物の床応答スペクトルの直接計算

## 5. 建物と2次系の減衰定数を用いた共振応答倍率の直接的表現

### 5.1 既往の共振応答倍率の評価式

既往の研究では、建物や2次系の減衰定数を用いて、共振応答倍率を直接表した評価式が以下のように提案されている。

$$A_{\max} = 20/(1+35h_a) \quad \text{for } h_b = 0.05 \quad (\text{長瀬ら}^{8)}) \quad (35a)$$

$$A_{\max} = 6 \quad \text{for } h_a = 0.05, h_b = 0.05 \quad (\text{告示}^{11)}) \quad (35b)$$

$$A_{\max} = 1/\sqrt{h_a} \quad \text{for } h_a = h_b \quad (\text{Sullivan et al.}^{9)}) \quad (35c)$$

$$A_{\max} = 18(1+100h_a)^{-0.60} \quad \text{for } h_b = 0.05 \quad (\text{Vukobratović et al.}^{16)}) \quad (35d)$$

$$A_{\max} = \left(2\sqrt{h_a(h_a+h_b)}\right)^{-1} \quad (\text{Peters et al.}^{17)}) \quad (35e)$$

ここで、式(35a～d)は経験式、式(35e)は理論式である。各式の for 以降に記載の減衰定数  $h_b$  や  $h_a$  は、各式を規定する際に用いられた検討値であり、必ずしも適用範囲とは一致しないことに注意されたい。

### 5.2 種々の減衰定数に対応した共振応答倍率の評価式の提案

前節で述べた式と同様に、StS 法でも直感的に理解しやすい共振応答倍率の式があれば、2次系の損傷制御設計をする上で有益である。そこで、式(28)をより平易な形に修正することを試みる。

$A_{\max}$  自体はその定義により、建物と2次系の交換に対して不変でない。そこで、 $A_{\max}$  に着目する代わりに、交換則を満足するよう、

$$A_{0\max} = \frac{S_{af}(\omega, h_a, h_b)}{S_a(\omega, h_0)}, \quad \omega = \omega_b = \omega_a \quad (36a, b)$$

を導入する。 $A_{0\max}$  は基準の減衰定数  $h_0 (=0.05)$  を有する建物上での2次系の共振応答倍率である。 $A_{0\max}$  と  $A_{\max}$  の関係は、

$$A_{\max} = A_{0\max} / D_h(h_b) \quad (37)$$

である。ここで、2つの減衰定数の相加平均  $\bar{h}$  および差分  $\Delta h = h_b - h_a$

を導入し、 $A_{0\max}$  を  $\bar{h}$  と  $\Delta h$  の関数として表す。 $h_b, h_a$  はそれぞれ、

$$h_b = \bar{h} + \Delta h / 2, \quad h_a = \bar{h} - \Delta h / 2 \quad (38a, b)$$

であり、これらを式(36)に代入すれば、 $A_{0\max}(\bar{h}, \Delta h)$  を得る。図16(a)から、 $\bar{h} \geq \Delta h$  では、曲線群  $A_{0\max}$  は、 $\Delta h \rightarrow 0$  とした  $A_{0\max}$  の単一の曲線に漸近する。この性質を利用して  $A_{0\max}$  を近似する。定式化し易い条件として、まず  $R'_{b,a} \approx R_{b,a}, R'_a \approx R_a$  を対象とする。 $A_{0\max}(\bar{h}, \Delta h)$  の逆数を  $\bar{h} \rightarrow \infty$  まわりで Taylor 展開し、その逆をとれば次式を得る。

$$A_{0\max} \approx \frac{1}{\bar{h}} \cdot \frac{(2\alpha\bar{h})^{3/2}}{8\alpha\bar{h}(1+\alpha\bar{h}) - (\alpha\Delta h)^2 - 2} \sqrt{1+\alpha h_0} \quad (39)$$

図16(b)に示すように、 $R'_{b,a} \approx R_{b,a}$  とした場合、精解の式(36)とその近似解である式(39)は良く対応する。ただし、 $R'_{b,a} \approx R_{b,a}$  の仮定を外すと、平均減衰定数  $\bar{h}$  が大きい範囲では乖離するようになる。そこで、この乖離の傾向を分析して、式(39)を以下のように補正する。

$$A_{0\max} \approx \frac{\lambda}{\bar{h}} \cdot \frac{(2\alpha\bar{h})^{3/2}}{8\alpha\bar{h}(1+\alpha\bar{h}) - (\alpha\Delta h)^2 - 2} \sqrt{1+\alpha h_0}, \quad \lambda = \sqrt{1+4h^2} \quad (40a, b)$$

ここに、 $\lambda$  は補正係数であり、その関数形は経験的に定めた。図16(b)に示すように、平均減衰定数  $\bar{h}$  が大きい範囲でも、式(40)は元の式(36)に良く対応するようになる。また、その定義から自明のように、式(28)の理論解と同じく、式(40)を用いて  $A_{\max} = A_{0\max} / D_h(h_b)$  を計算した値からは、基準減衰定数  $h_0$  が消失する。

既に述べたことを踏まえ、 $|\Delta h| \leq \bar{h}$  のとき、式(40a)で  $\Delta h^2 \approx 0$  と見做せる。これを緩和し、ある定数  $\kappa (\geq 1)$  を用いて、 $|\Delta h| \leq \kappa \bar{h}$  で  $\Delta h^2 \approx 0$  と見做せるものとする。このとき、 $h_a$  は次の範囲をとる。

$$\frac{\kappa+2}{\kappa-2} h_b \leq h_a \leq \frac{\kappa-2}{\kappa+2} h_b \quad (41)$$

後述するように、 $\kappa$  が概ね 1.2 以下では、 $\Delta h^2 \approx 0$  と見做せる。このとき、式(41)は  $\frac{1}{4} h_b \leq h_a \leq 4h_b$  となる。具体的には、 $h_b = 0.05$  のときに  $h_a = 0.013 \sim 0.2$  であり、 $h_b = 0.2$  では  $h_a = 0.05 \sim 0.8$  となる。

式(41)が満足されるとき、 $\bar{h}$  と  $A_{0\max}$  の関係は両軸対数上で単一の直線に近似できる (図16(a))。ゆえに、 $A_{0\max}$  を次の関数形で置く。

$$A_{0\max} \approx \frac{1}{c h^p} \quad \text{for } |\Delta h| \leq \kappa \bar{h} \quad (42)$$

ここに、 $c, p$  は回帰係数である。 $A_{0\max}$  と  $\partial A_{0\max} / \partial \bar{h}$  について、 $\bar{h} = h_0$  で式(42)と式(40)が同値となるように  $c, p$  を決定すれば、

$$c = 6.9, \quad p = 1.27 \quad \text{for } \alpha = 75 \quad (43a)$$

$$c = 6.6, \quad p = 1.22 \quad \text{for } \alpha = 25 \quad (43b)$$

を得る。図17は、 $\kappa = 1.2$  のときの式(42)と式(36)を比較したものであり、両者はほぼ一致している。以上の議論をとおして、式(41)の条件下にある減衰定数では、 $A_{0\max}$  は平均減衰定数  $\bar{h}$  により唯一支配されることを示したとともに、実用的な  $A_{0\max}$  の形を規定できた。

建物の減衰定数  $h_b$  を 0.05 とした標準的な条件で、式(35)の各評価式と式(42)の評価式による  $A_{\max} (= A_{0\max})$  を比較した結果を図18に示す。本評価式の結果は、観測波の検討による Vukobratović の経験式と概ね対応している。 $h_b = 0.05$  では、 $\alpha = 25, 75$  のそれぞれで式(42)と式(43)から  $A_{\max} = 5.9, 6.5$  となる。これらの値は、告示 (平成25年国交省告示第771号) の値6と対応している。これとは対比的に、長瀬らの解は本評価式に比べて大きな値を与えるが、彼らは複数の模擬地震動に対する応答の平均値+標準偏差  $\sigma$  の値を包絡するように決めているためである。Sullivan の解が小さめとなる理由は、建物の弾性から非弾性応答時までを一つの式にまとめているからである。Peters の方法は、ランダム振動論に基づいているため、概ね上限を与えると言われており<sup>17)</sup>、図18はこの知見に合致している。

### 5.3 時刻歴応答解析による検証

時刻歴応答解析により提案した式(42)の適用性を検証する。図19は、告示波乱数位相に対して、表1のケースでTHA法により得られた共振応答倍率  $A_{\max}$  に  $D_h(h_b)$  を乗じて算出した  $A_{0\max}$  と式(42)に式(43a)を代入した結果を比較したものである。検討結果を一つの図で整理しやすいように、 $A_{\max}$  の代わりに  $A_{0\max}$  を用いている。減衰

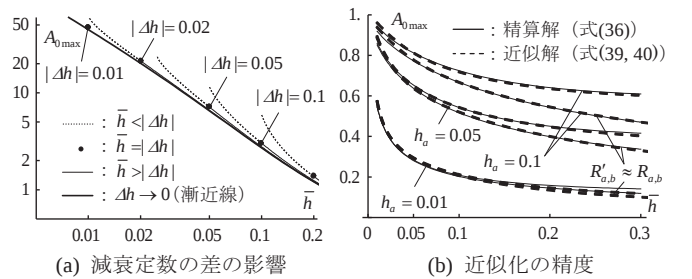


図16 平均減衰定数と共振応答倍率の関係

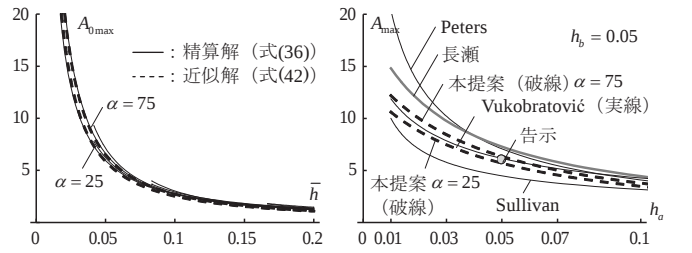


図17 共振応答倍率の近似化

図18 共振応答倍率の比較

定数の多様な組み合わせに対して、式(42)は、THA法の共振応答率を精度良く予測していることが解る。また、建物の固有周期による誤差の多寡の相違は見られない。同様の整理の仕方、観測波を入力した場合の結果を図20に示す。こちらは、減衰定数を表1の範囲で乱数とした。式(42)に式(43b)を代入した結果は、THA法による共振応答倍率に対して、平均値に近い値を与える。

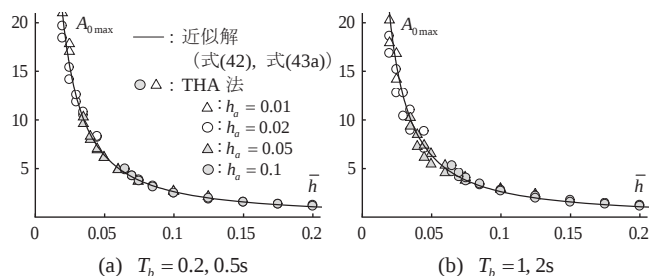


図19 共振応答倍率の簡易式の予測精度（告示波乱数位相）

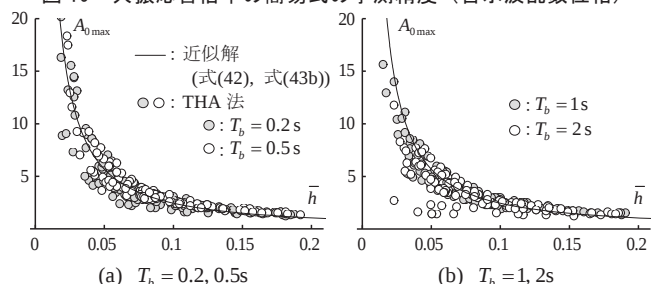


図20 共振応答倍率の簡易式の予測精度（観測波）

## 6. まとめ

1 次固有周期が 0.2～2 秒の範囲にある弾性系の建物に限定して、非構造部材等の 2 次系に対する設計用地震力の評価に資する床応答スペクトルを理論的に検討した。結論を以下に要約する。

- 従来の知見である 2 次系の絶対加速度応答が 4 つの応答成分に分離できることを発展させ、従来では考慮されていなかった建物の減衰定数が高い場合にも対応できるようにした。これらの応答成分は、建物および 2 次系が仮想的に地表面にある場合の相対変位および相対速度から構成される。さらに、この理論解を近似し、床応答スペクトルを簡易に評価するのに適した、時間領域の 2 次系の絶対加速度の評価式を提案した。
- 分離した応答成分に対応する応答スペクトルを差分スペクトル則で合成することにより、既往の手法に比べて、2 つの点で精度が改善される。一つは、建物と 2 次系の固有周期が同一となる共振時に、2 次系の最大応答が過大評価される点である。もう一つは、建物の減衰定数が大きく、建物の固有周期よりも短周期側での床応答スペクトルが過小評価される点である。
- 共振において、基準の 5% の減衰定数を有する建物上での 2 次系の動的応答倍率は、建物と 2 次系のそれぞれの減衰定数の平均値（平均減衰定数）に大きく支配されることを数値的に確認した。平均減衰定数を用いて、任意の減衰定数を有する建物の動的応答倍率を評価する手法を提案した。
- 上記 3) の評価式による共振時の動的応答倍率は、一様乱数の模擬地震動に対しては時刻歴解析結果と対応し、観測地震動に対しては時刻歴解析結果の概ね平均値と対応することを確認した。

## 参考文献

- 日本建築学会：非構造部材の耐震設計施工指針・同解説および耐震設計施工要領，2003.2
- 建築設備耐震設計・施工指針 2014 年版編集委員会（編）：建築設備耐震設計・施工指針，日本建築センター，2014.9
- R. Villaverde：Seismic Design of secondary structures: state of the art, Journal of Structural Engineering, Vol. 123, No.8, pp.1011-1019, 1997.8
- 日本電気協会：原子力発電所耐震設計技術規定 JEAC 4601-2008, 2008
- USNRC：Regulatory Guide 1.122, Development of floor design response spectra for seismic design of floor-supported equipment or components, Revision 1, U.S. Nuclear Regulatory Commission, 1978
- J. M. Biggs and J. M. Rosset：Seismic analysis of equipment mounted on a massive structure, Seismic Design for Nuclear Power Plants, pp.319-343, MIT Press, 1970
- K. K. Kapur and L. C. Shao：Generation of seismic floor response spectra for equipment design：Proc. ASCE conference Design of Nuclear Power Plants, Vol.2, ASCE, pp.29-71, 1973
- 長瀬正，対馬義幸，久徳敏治，浅井浩一，安部重孝：非構造部材の設計荷重について，その 2 設計用床応答スペクトル，日本建築学会大会学術講演梗概集，構造系分冊，pp.771-772, 1980.9
- T. J. Sullivan：Towards improved floor spectra estimates for seismic design, Earthquakes and Structures, pp.109-132, 2013.1
- 石原直，元結正次郎，脇山善夫：床応答スペクトルの略算法に基づく非構造部材等の設計用地震力，日本建築学会技術報告集，No.48, pp.511-515, 2015.6
- 国土交通省ほか：建築物の構造関係技術基準解説書 2015 年版，全国官報販売協同組合，2015
- C. Lomnitz：Seismic Risk and Engineering Decisions, Elsevier, 1976.11
- 渡部丹，福沢六朗，藤堂正喜：床応答スペクトルの解析手法に関する研究，日本建築学会大会学術講演梗概集，構造系分冊，pp.927-928, 1981.9
- 安井謙，吉原醇一，宮本明倫：床応答スペクトルの直接計算法について：その 1 計算式の誘導，日本建築学会大会学術講演梗概集，B, pp.757-758, 1985.10
- Y. Yasui, J. Yoshihara, T. Takeda and A. Miyamoto：Direct generation method for floor response spectra, Proceedings of the 12th International Conference SMiRT, K13/4, pp.367-372, 1993
- V. Vukobratović and P. Fajfar：A method for the direct determination of approximate floor response spectra for SDOF inelastic structures, Bulletin of Earthquake Engineering, Vol.13, pp.1405-1424, 2015.5
- K. A. Peters, D. Schmitz and U. Wagner：Determination of floor response spectra on the basis of the response spectrum method, Nuclear Engineering and Design, pp.255-262, 1977
- J. Sackman and J. Kelly：Seismic analysis of internal equipment and components in structures, Engineering Structures, Vol.1, pp.179-190, 1979.8
- W. Jiang, B. Li, W. Xie and M. D. Pandey：Generate floor response spectra: Part 1. Direct spectra-to-spectra method, Nuclear Engineering and Design, Vol.293, pp.525-546, 2015.11
- 近藤さゆみ，笠井和彦：建築非構造部材の地震応答予測に関する研究，日本建築学会大会学術講演梗概集，B-2, pp.341-342, 2015.9
- B. Li, W. Jiang, W. Xie and M. D. Pandey：Generate floor response spectra, Part 2: Response spectra for equipment-structure resonance, Nuclear Engineering and Design, Vol.293, pp.547-560, 2015.11
- 笠井和彦，チャンタンビン：地震時における隣接建物間の相対変位の最大値とその傾向の簡易予測法，日本建築学会構造系論文集，No.582, pp.47-55, 2004.8
- T. S. Atalik：An alternative definition of instructure response spectra, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol.6, pp.71-78, 1978
- A. K. Gupta：Response spectrum method in seismic analysis and design of structures, CRC Press, 1992
- A. Der Kiureghian：Structural response to stationary excitation, Journal of the Engineering Mechanics Division, Vol.106, pp.1195-1213, 1980.11
- 笠井和彦，伊藤浩資，渡辺厚：等価線形化手法による一質点弾性構造の最大応答予測法，日本建築学会構造系論文集，No.571, pp.53-62, 2003.9
- K. Lilhanand and W. Tseng：Generation of synthetic time histories compatible with multiple damping response spectra, SMiRT-9, pp.17-21, 1987.8

# DIRECT EVALUATION METHOD OF FLOOR RESPONSE SPECTRA FROM SPECIFIED GROUND RESPONSE SPECTRA BASED ON SPECTRUM DIFFERENCE RULE

*Kensaku KANEKO* \*

\* Assist. Prof., Dept. of Built Environment, Interdisciplinary Graduate School of Science and Technology, Tokyo Institute of Technology, Dr.Eng.

This paper presents a method to directly evaluate floor response spectra (FRS) from a specified ground response spectrum (GRS) without time history analysis. In general, floor response spectra are utilized to evaluate seismic design force of secondary systems such as non-structural components and equipment in buildings. The secondary system having small mass is mounted on the building idealized as a single degree of freedom linear oscillator. In this study, target fundamental natural period of the buildings are limited between 0.2 and 2 seconds, because dynamic amplification factors are known to be relatively stable for specified damping factors in this range. The damping factors range from 0.02 and 0.3 in order to cover wide variety of the buildings. In the contrast, the damping factors of the secondary systems are assumed to be less than 0.1.

Firstly, a solution by double convolution integral of impulse response functions is firstly discussed. By integration, a closed form representing the seismic response in the secondary system is decomposed into four parts in time domain. These are composed of the displacement and the velocity of the building and a secondary system virtually mounted on the ground. In the perfect tuning case, where the building and the secondary system have the same natural period, difference between these responses corresponds to the seismic response of the secondary system. In order to obtain the maximum response, a spectrum difference rule (SPD rule) is employed. Consequently, spectral acceleration corresponding both to the building and the second system is combined with a correlation factor of the complete quadratic combination (CQC) rule developed by Der Kiureghian. This rule is extended to a non-tuning case in the similar manner. This approach is confirmed to improve the accuracy of the dynamic amplification factor compared to foregoing studies through time history analysis. Variation of the smooth FRS based on the SPD rule is accurately traced in accordance with changes of both of the two damping factors.

Secondary, convenient evaluation method of the dynamic amplification factor in the tuning case is discussed. As a result of semi-empirically formulation, it is cleared that the amplification factor divided by a certain factor is critically governed by the average of the two damping factors of the building and the secondary systems. This factor is identified as a reduction factor for response spectra due to damping. As a result, an explicit formula of the amplification factor for specified damping even without GRS is proposed. The values by this formula correspond to perfectly the same values obtained by time history analysis using simulated ground motions with uniform random phase angles. This result holds for various kinds of combination of two damping factors. In the contrast, the estimated values give roughly mean values compared to the results when observed ground motions are used.

Finally, numerical examples are demonstrated for representative observed ground motions. It is confirmed that the FRS directly evaluated by the proposed method extremely resemble one obtained by time history analysis in shape.

(2016年2月8日原稿受理, 2016年8月15日採用決定)